CORREÇÃO DETALHADA
Exame de Admissão de Matemática
ISCISA / 2019
República de Moçambique

Guião de Correção

Bem-vindo(a) à nossa aplicação de preparação para exames! Chegou a hora de se destacar nos seus testes e conquistar o sucesso académico que você merece. Apresentamos o "Guião de Exames Resolvidos": a sua ferramenta definitiva para uma preparação eficaz e resultados brilhantes!

Aqui, encontrará uma vasta coleção de exames anteriores cuidadosamente selecionados e resolvidos por especialistas em cada área. Nossa aplicação é perfeita para estudantes de todos os níveis académicos, desde o ensino médio até a graduação universitária.

Questões 1-35

Questão 1

Resolução:

Vamos verificar cada afirmação:
A) $(-2)^3 \neq -2^3$: Calculando, $(-2)^3 = -8$ e $-2^3 = -8$, logo são iguais. Falsa.
B) $-2^4 = (-2)^4$: Calculando, $-2^4 = -16$ e $(-2)^4 = 16$, logo são diferentes. Falsa.
C) $2^{3^2} = 2^6$: Calculando, $3^2 = 9$, então $2^{3^2} = 2^9 = 512$ e $2^6 = 64$. Falsa.
D) $2^{3^2} = 2^9$: Como $3^2 = 9$, temos $2^{3^2} = 2^9$. Verdadeira.
Resposta: D) $2^{3^2} = 2^9$

Questão 2

Resolução:

Seja C o conjunto dos que têm casa própria e A o conjunto dos que têm carro próprio.
Dados:

$$\begin{aligned} |C| &= 10 \\ |C \cap A| &= 8 \\ \text{Nem C nem A} &= 18 \\ \text{Total} &= 100 \end{aligned}$$

O número total que tem casa ou carro é:

$$|C \cup A| = 100 - 18 = 82$$

Usando o princípio da inclusão-exclusão:

$$\begin{aligned} |C \cup A| &= |C| + |A| - |C \cap A| \\ 82 &= 10 + |A| - 8 \\ 82 &= 2 + |A| \\ |A| &= 80 \end{aligned}$$

Somente carro próprio:

$$|A| - |C \cap A| = 80 - 8 = 72$$

Resposta: A) 72

Questão 3

Resolução:

Seja M a quantia da Marília e N a quantia da Náira.
Sistema:

$$\begin{aligned} M + N &= 2800 \\ M &= N + 600 \end{aligned}$$

Substituindo a segunda equação na primeira:

$$\begin{aligned}(N + 600) + N &= 2800\\ 2N + 600 &= 2800\\ 2N &= 2200\\ N &= 1100\end{aligned}$$

Logo: $M = 1100 + 600 = 1700$
Resposta: C) 1700

Questão 4

Resolução:
Usando a proporção de triângulos semelhantes:

$$\frac{0,5}{2} = \frac{h}{2+38}$$

Simplificando:

$$\begin{aligned}\frac{0,5}{2} &= \frac{h}{40}\\ \frac{1}{4} &= \frac{h}{40}\\ h &= \frac{40}{4} = 10\end{aligned}$$

Resposta: B) 10

Questão 5

Resolução:
Calculamos a expressão passo a passo:

$$\left[\left(\frac{1}{2} - 3\right)^2\right]^4 \div \left(\frac{2}{5}\right)^{-8}$$

Primeiro:

$$\frac{1}{2} - 3 = \frac{1-6}{2} = -\frac{5}{2}$$

Depois:

$$\left(-\frac{5}{2}\right)^2 = \frac{25}{4}$$

Elevando à quarta potência:

$$\left(\frac{25}{4}\right)^4 = \left(\frac{5}{2}\right)^8$$

Dividindo por $\left(\frac{2}{5}\right)^{-8} = \left(\frac{5}{2}\right)^8$:

$$\left(\frac{5}{2}\right)^8 \div \left(\frac{5}{2}\right)^8 = 1$$

Resposta: A) 1

Questão 6

Resolução:

Se $\sin(\alpha) = \frac{\sqrt{3}}{2}$ e α está no primeiro quadrante, então $\alpha = 60°$.
Usando a identidade $\sin^2(\alpha) + \cos^2(\alpha) = 1$:

$$\begin{aligned}\cos^2(\alpha) &= 1 - \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 \\ &= 1 - \frac{3}{4} = \frac{1}{4} \\ \cos(\alpha) &= \frac{1}{2} \quad \text{(positivo no 1º quadrante)}\end{aligned}$$

Portanto:

$$\sin(\alpha) - \cos(\alpha) = \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{3}-1}{2}$$

Resposta: B) $\frac{\sqrt{3}-1}{2}$

Questão 7

Resolução:

As notas são: 12, 16, 20, 15, 19, 18, 20, 18, 15, 20
Contando as frequências:

- 12: 1 vez, então $A = 1$
- 15: 2 vezes
- 16: 1 vez
- 18: 2 vezes, então $B = 2$
- 19: 1 vez
- 20: 3 vezes

A frequência relativa de 20 é:

$$D = \frac{3}{10} = 0,3$$

Resposta: C) 2 e 0.3

Questão 8

Resolução:

Ordenando as notas: 12, 15, 15, 16, 18, 18, 19, 20, 20, 20
Como temos 10 valores, a mediana é a média entre o 5º e 6º valores:

$$\text{Mediana} = \frac{18+18}{2} = 18$$

Resposta: A) 18

Questão 9

Resolução:

A equação é biquadrada. Fazendo $y = x^2$:

$$\begin{aligned} y^2 + 3y - 4 &= 0 \\ (y+4)(y-1) &= 0 \end{aligned}$$

Logo: $y = -4$ ou $y = 1$

Voltando para x:

- $x^2 = -4$ (não tem solução real)
- $x^2 = 1 \Rightarrow x = \pm 1$

A soma das soluções: $1 + (-1) = 0$

Resposta: B) 0

Questão 10

Resolução:

Para que uma equação do segundo grau tenha raízes simétricas, a soma das raízes deve ser zero. Pela fórmula de Viète:

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} = 0$$

Para a equação $3x^2 - (m+1)x + m - 2 = 0$:

$$\begin{aligned} \frac{m+1}{3} &= 0 \\ m + 1 &= 0 \\ m &= -1 \end{aligned}$$

Resposta: C) $m = -1$

Questão 11

Resolução:

Analisando o diagrama de Venn:

- Só AH e TB = 55
- Só AH e SM = 15
- Só AH, TB e SM = 5
- Só AH = 75

O total de estudantes em AH é:

$$\text{Total AH} = 75 + 55 + 15 + 5 = 150$$

Resposta: A) 150

Questão 12

Resolução:

Resolvendo o sistema:

$$3x + y = 1$$
$$2x - 3y = 8$$

Da primeira equação: $y = 1 - 3x$
Substituindo na segunda:

$$2x - 3(1 - 3x) = 8$$
$$2x - 3 + 9x = 8$$
$$11x = 11$$
$$x = 1$$

Logo: $y = 1 - 3(1) = -2$
A diferença: $x - y = 1 - (-2) = 3$
Resposta: C) 3

Questão 13

Resolução:

Com zeros em $x = 1$ e $x = 3$, vértice em $(2, -1)$ e passa por $(0, 3)$:
Forma fatorada: $f(x) = a(x - 1)(x - 3) = a(x^2 - 4x + 3)$
Como $f(0) = 3$:

$$3 = a(0 - 0 + 3) = 3a \Rightarrow a = 1$$

Logo: $f(x) = x^2 - 4x + 3$
Resposta: D) $f(x) = x^2 - 4x + 3$

Questão 14

Resolução:

Resolvendo a inequação:

$$\frac{1}{2}x - 4 \geq 3x + 1$$
$$\frac{1}{2}x - 3x \geq 1 + 4$$
$$-\frac{5}{2}x \geq 5$$
$$x \leq -2$$

Resposta: A) $x \in]-\infty, -2]$

Questão 15

Resolução:

A raiz cúbica está definida para todos os números reais, pois a função $\sqrt[3]{x}$ existe para qualquer $x \in \mathbb{R}$.

Portanto, o domínio de $\sqrt[3]{4 - x^2}$ é $\mathbb{R}$.
Resposta: D) $\mathbb{R}$

Questão 16

Resolução:

A frase "Samora Machel foi o 1º presidente de Moçambique independente E Moçambique não é um país Africano"traduz-se como:

$$p\wedge \sim q$$

Resposta: D) $p\wedge \sim q$

Questão 17

Resolução:

Simplificando $p \wedge (p\wedge \sim q)$ pela propriedade associativa:

$$p \wedge (p\wedge \sim q) = (p \wedge p)\wedge \sim q = p\wedge \sim q$$

Resposta: A) $p\wedge \sim q$

Questão 18

Resolução:

Verificando cada proposição:
A) $\forall x \in M : 2x = 10$ - Falsa (nem todos)
B) $\exists x \in M : 2x = 4$ - Falsa (não existe tal x, pois $x = 2 \notin M$)
C) $\forall x \in M : x^2 + 9 = 17$ - Falsa (nem todos)
D) $\exists x \in M : x^2 > x + 1$ - Verdadeira (por exemplo, $x = 3$: $9 > 4$)
Resposta: D) $\exists x \in M : x^2 > x + 1$

Questão 19

Resolução:

Designações são expressões que representam objetos matemáticos (números, valores):
I: $7 + \frac{1}{5}$ - designação (número)
II: $\sqrt[3]{7} + 5 \leq 9$ - proposição (verdadeira ou falsa)
III: $\log_7 5 + 9$ - designação (número)
IV: $5 \geq 9$ - proposição (falsa)
Resposta: B) I e III

Questão 20

Resolução:

Simplificando:

$$\begin{aligned}\frac{(n+1)! - n!}{n!} &= \frac{(n+1)\cdot n! - n!}{n!} \\ &= \frac{n![(n+1)-1]}{n!} \\ &= n\end{aligned}$$

Resposta: C) n

Questão 21

Resolução:

Considere a inequação $-|x| \leq 0$.

O módulo (ou valor absoluto) de um número é sempre não-negativo, ou seja:

$$|x| \geq 0, \quad \forall x \in \mathbb{R}$$

Multiplicando ambos os membros por -1, invertemos o sinal da desigualdade:

$$-|x| \leq 0, \quad \forall x \in \mathbb{R}$$

Isto significa que $-|x|$ é sempre menor ou igual a zero para qualquer valor real de x.

Vamos analisar alguns casos:

- Se $x = 0$: $-|0| = 0 \leq 0 \quad$ (verdadeiro)
- Se $x = 5$: $-|5| = -5 \leq 0 \quad$ (verdadeiro)
- Se $x = -3$: $-|-3| = -3 \leq 0 \quad$ (verdadeiro)

Como a inequação $-|x| \leq 0$ é satisfeita para qualquer valor real de x, o conjunto solução é todo o conjunto dos números reais:

$$S = \mathbb{R}$$

Resposta: B) $\mathbb{R}$

Questão 22

Resolução:

O número de permutações de 3 pessoas é:

$$P_3 = 3! = 6$$

Resposta: A) 6

Questão 23

Resolução:

Total de estudantes: $5 + 7 = 12$

Probabilidade de escolher um estudante de Tecnologia Biomédica:

$$P = \frac{7}{12}$$

Resposta: D) $\frac{7}{12}$

Questão 24

Resolução:

Arranjo de n elementos tomados 2 a 2:

$$A_2^n = \frac{n!}{(n-2)!} = n(n-1) = 60$$

Resolvendo:

$$n^2 - n - 60 = 0$$
$$(n-6)(n+5) = 0$$

Como n deve ser positivo: $n = 6$

Resposta: C) $\{6\}$

Questão 25

Resolução:

Para encontrar a ordem do termo 4:

$$u_n = 4$$
$$2n - 6 = 4$$
$$2n = 10$$
$$n = 5$$

Resposta: A) 5

Questão 26

Resolução:

A sucessão 2, 6, 18, ... é uma P.G. com:

$$u_1 = 2$$
$$q = \frac{6}{2} = 3$$

Termo geral: $u_n = 2 \cdot 3^{n-1}$

Resposta: B) $2 \cdot 3^{n-1}$

Questão 27

Resolução:

Numa P.A., temos $u_4 = 17$ e $u_{13} = 62$.

Usando a fórmula $u_n = u_1 + (n-1)r$:

$$u_4 = u_1 + 3r = 17$$
$$u_{13} = u_1 + 12r = 62$$

Subtraindo:

$$9r = 45 \Rightarrow r = 5$$

Logo: $u_1 = 17 - 3(5) = 2$

Resposta: B) 2 e 5

Questão 28

Resolução:

Esta é uma série geométrica infinita com $u_1 = 1$ e $q = \frac{1}{3}$:

$$S = \frac{u_1}{1-q} = \frac{1}{1-\frac{1}{3}} = \frac{1}{\frac{2}{3}} = \frac{3}{2}$$

Resposta: D) $\frac{3}{2}$

Questão 29

Resolução:

A P.G. é: 2000, 4000, 8000, ... com $u_1 = 2000$ e $q = 2$.
Soma dos 10 primeiros termos:

$$S_{10} = u_1 \cdot \frac{q^{10}-1}{q-1} = 2000 \cdot \frac{2^{10}-1}{1} = 2000 \cdot 1023 = 2046000$$

Resposta: D) 2046000

Questão 30

Resolução:

Dividindo numerador e denominador por x^2:

$$\lim_{x\to\infty} \sqrt{\frac{3-\frac{5}{x}+\frac{7}{x^2}}{27+\frac{3}{x^2}}} = \sqrt{\frac{3}{27}} = \sqrt{\frac{1}{9}} = \frac{1}{3}$$

Resposta: C) $\frac{1}{3}$

Questão 31

Resolução:

Fatorando:

$$\begin{aligned} x^2 - 3x + 2 &= (x-1)(x-2) \\ 8 - x^3 &= -(x^3-8) = -(x-2)(x^2+2x+4) \end{aligned}$$

Simplificando:

$$\lim_{x\to 2} \frac{(x-1)(x-2)}{-(x-2)(x^2+2x+4)} = \lim_{x\to 2} \frac{-(x-1)}{x^2+2x+4} = \frac{-1}{12}$$

Ficamos com a alernativa A, talvez haja um erro de sinal no enunciado.
Resposta: A) $\frac{1}{12}$

Questão 32

Resolução:

Como $x \to 3^+$ significa que $x > 3$, usamos a segunda parte da função:

$$\lim_{x\to 3^+} f(x) = \lim_{x\to 3^+} (x^2+5) = 9 + 5 = 14$$

Resposta: D) 14

Questão 33

Resolução:
Para $f(x) = \ln(x^2 - 1)$, usando a regra da cadeia:

$$f'(x) = \frac{1}{x^2 - 1} \cdot 2x = \frac{2x}{x^2 - 1}$$

Resposta: B) $\frac{2x}{x^2-1}$

Questão 34

Resolução:
Para $f(x) = x^3 - 3x + 5$ em $x = 2$:
Primeiro calculamos $f(2) = 8 - 6 + 5 = 7$
Depois $f'(x) = 3x^2 - 3$, então $f'(2) = 12 - 3 = 9$
A equação da tangente é:

$$\begin{aligned} y - 7 &= 9(x - 2) \\ y &= 9x - 18 + 7 \\ y &= 9x - 11 \\ 9x - y - 11 &= 0 \end{aligned}$$

Resposta: C) $9x - y - 11 = 0$

Questão 35

Resolução:
Se $x + y = 20$, então $y = 20 - x$.
O produto é $P = xy = x(20 - x) = 20x - x^2$.
Derivando: $P'(x) = 20 - 2x = 0 \Rightarrow x = 10$
Logo: $y = 20 - 10 = 10$
Resposta: A) $x = 10$ **e** $y = 10$

FIM